Produit scalaire de deux vecteurs

Expressions du produit scalaire

Dans une base orthonormée

Soit $\vec{u}(x\,;\,y)$ et $\vec{v}(x'\,;\,y')$:

$\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v} = xx' + yy'}$

Avec un cosinus

Soit $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ et α mesure de $\widehat{BAC}$:

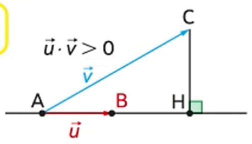
$\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v} = AB \times AC \times \cos\alpha}$

Avec le projeté orthogonal

Soit $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ et H projeté orthogonal de C sur (AB) :

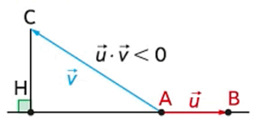
- si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ de même sens,

$\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v} = AB \times AH}$



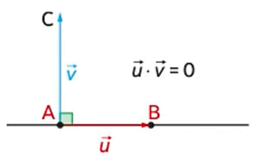
- si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ de sens opposés,

$\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v} = -AB \times AH}$



- si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ orthogonaux,

$\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v} = 0}$



Propriétés du produit scalaire

Symétrie

$\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v} = \vec{v}\cdot\vec{u}}$

Bilinéarité

$\vec{u}\cdot(\vec{v}+\vec{w}) = \vec{u}\cdot\vec{v} + \vec{u}\cdot\vec{w}$

$\vec{u}\cdot(k\vec{v}) = (k\vec{u})\cdot\vec{v} = k(\vec{u}\cdot\vec{v})$

Vecteurs orthogonaux

Définition

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ orthogonaux si et seulement si :

$\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v} = 0}$